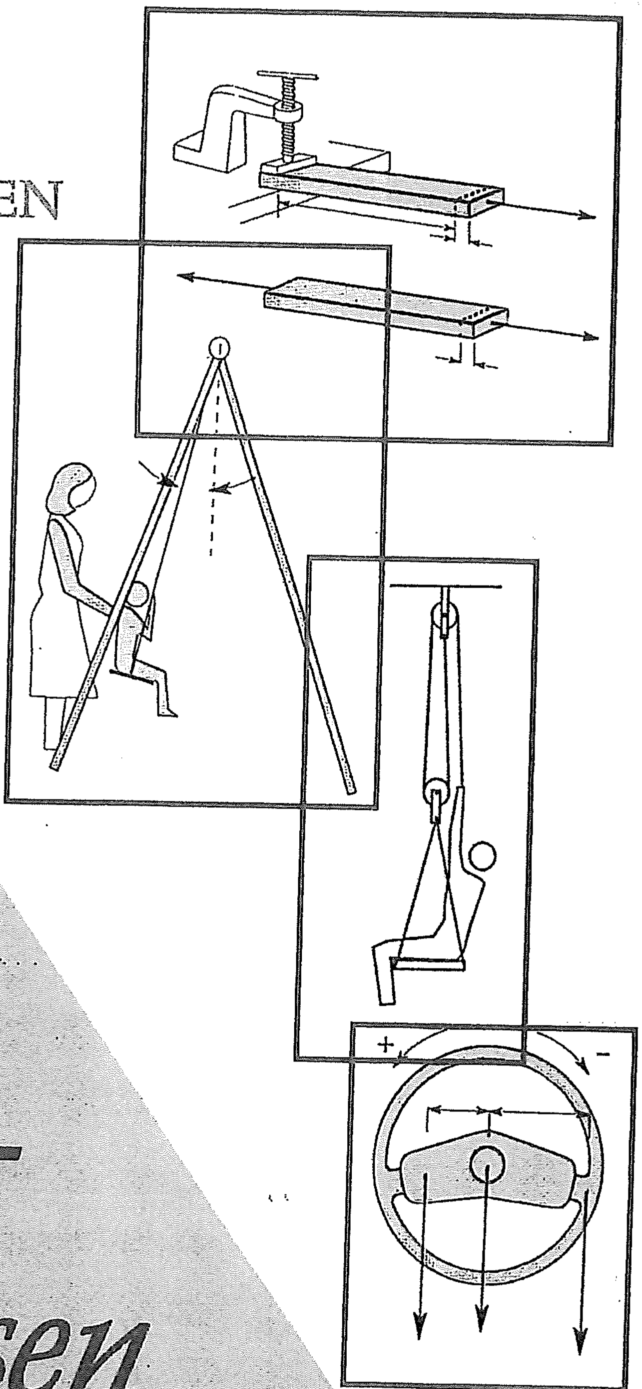
MIKKO MÄKELÄ
RIITTA MÄKELÄ
OLAVI SILTANEN



1

Insinööri-koulutuksen FYSIIKKA

Tammertekniikka

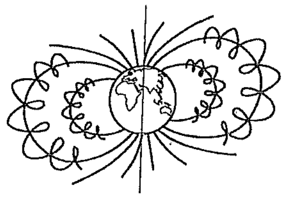
MIKKO MÄKELÄ - RIITTA MÄKELÄ - OLAVI SILTANEN

INSINÖÖRIKOULUTUKSEN

FYSIIKKA 1

8. painos

Tammertekniikka



Kirjoittajat	Mikko Mäkelä Riitta Mäkelä Olavi Siltanen
Kustantaja	*Tammertekniikka* Hippoksenkatu 21 33530 Tampere Puhelin (050) 585 4930 e-mail tilaukset@amk-kustannus.fi
Kansi	Terttu Salmelin
Taitto	Kirjoittajat
Oikoluku	Terttu Salmelin
Kuvat	Olavi Siltanen
ISBN	951-9004-77-7
Painopaikka	Hansaprint Oy Direct, Helsinki 2013

Neljännen painoksen alkusanat

Opetuksen rakenteen muuttuessa .itsenäisen työskentelyn osuus on jatkuvasti lisääntynyt koulutuksen eri tasoilla. Insinöörikoulutuksen fysiikan opiskelua varten ei kuitenkaan ole ollut saatavilla yhtenäistä suomenkielistä oppikirjaa, vaan tieto on pitänyt etsiä useita lähteitä yhdistelemällä. Kirjasarja Insinöörikoulutuksen FYSIIKKA 1 ja 2 poistaa tämän puutteen. Kirjan 1. osa sisältää mekaniikan ja lämpöopin sekä 2. osa sähköopin, värähtely- ja aaltoliikeopin sekä kvanttifysiikan.

Käsittelyjärjestys perustuu opetustyössä saamaamme pitkäaikaiseen ja laajaan kokemukseen. Differentiaali- ja integraalilaskennan merkintöjä on käytetty täsmällisen esityksen saavuttamiseksi. Kirjan tekstin ymmärtäminen ei kuitenkaan edellytä em. matemaattista käsittelyä. Lukuisat valmiiksi lasketut malliesimerkit sekä teorian vastapainoksi esitetyt käytännön sovellukset helpottavat tekstin ymmärtämistä. Kirjassa on myös yleistä mielenkiintoa herättäviä aiheita, joita ei välttämättä tarvitse lähiopetustunneilla ottaa esille, vaan ne voi lukea omatoimisesti.

Kunkin luvun lopussa on kysymyksiä. Kaikkiin kysymyksiin ei välttämättä ole täsmällistä vastausta, mutta niiden avulla pyritään siihen, että opiskelijat keskenään pohtisivat luonnontieteisiin liittyviä ongelmia. Nämä sopivat esimerkiksi ryhmätöiksi.

Tehtävät ovat pääosin samoja kuin saman kustantajan aikaisemmassa fysiikan kertaus- ja harjoituskirjassa. Kaikkien tehtävien tulokset löytyvät kirjan lopusta. Taulukko-osassa on tarvittavia ainevakioiden arvoja ja takakannen sisäsivulla luonnontieteellisten perusvakioiden arvoja.

Tampereella tammikuussa 1997

Mikko Mäkelä	Riitta Mäkelä	Olavi Siltanen
FL	TkL	FT

Kuudennen osittain uudistetun painoksen alkusanat

Tähän painokseen on tehty muutoksia lähinnä neljään ensimmäiseen lukuun. Toisen luvun alkuun on lisätty kappale, jossa suoraviivainen liike esitetään helppotajuisesti. Tämä on tarkoitettu niille opiskelijoille, joiden aiemmat fysiikan opinnot ovat unohtuneet. Kolmannessa luvussa on hieman muutettu käsittelyjärjestystä ja sinne on siirretty mm. tasapainotehtävät ensimmäisestä luvusta. Olemme myös lisänneet joitakin helpohkoja esimerkkejä. Tehtävien järjestys on yritetty saada teorian mukaiseksi. Lisäksi lämmön siirtymiseen liittyvät symbolit on muutettu nykyisten standardien mukaisiksi ja energian symboliksi on vaihdettu E.

Tampereella tammikuussa 2001

Tekijät

951-9004-77-7, HansaBook 2015, Hansaprint Oy, Direct Vantaa

Sisällys

1 Johdanto

Luonto ja luonnonilmiöt ovat ihmisen elinympäristöä. Ihminen on aina tutkinut luontoa ja ollut kiinnostunut luonnon lainalaisuuksista ja säännönmukaisista tapahtumista. Aluksi tieto siirtyi perimätietona isältä pojalle tai mestarilta kisällille. Silloin puhuttiin luonnontieteistä yleensä. Fysiikka alkoi erottua omaksi tieteenhaarakseen, kun Nikolaus Kopernikus (1473-1543) oli osoittanut, että planeetat kiertävät aurinkoa ja Isaac Newton (1642-1727) oli tutkinut liikelakeja. Näin havaittiin, että taivaankappaleiden liike ja maanpäällisten kappaleiden liike noudattivat samoja lakeja. Kehitys jatkui ja vuonna 1769 James Watt sai ensimmäisen mäntähöyrykonetta koskevan patentin ja kreivi Rumford totesi vuonna 1798, että lämpöenergian ja mekaanisen energian on jotenkin liityttävä toisiinsa. Tästä alkoi lämpövoimakoneiden kehittyminen ja 1824 Sadi Carnot julkaisi lämpövoimakoneita koskevan lausekkeensa, jossa annetaan hyötysuhteen teoreettinen maksimiarvo. Toisaalta sähkö kiinnosti monia tutkijoita ja tiedemiehiä. 1800-luvun alun havaintojen ja oivallusten perusteella maailman ensimmäinen kaupallinen sähkögeneraattori ja sähkölaitos aloittivat toimintansa New Yorkissa vuonna 1880. Vastaavasti 1900-luku on ollut atomi- ja ydinfysiikan kehittymisen vuosisata. Luonnontieteet tavallaan kohtasivat uudelleen toisensa, kun kvanttifysiikan avulla selvitettiin kemialliset sidokset. Nykyisin fysiikan ja kemian välinen raja on häilyvä.

Tekniikka soveltaa tieteellisen fysiikan saavutuksia. Moni insinööri on aikanaan kysynyt "Mitä hyötyä tästä on?". Silloin on muistettava, että tieteellisen oivalluksen ja teknis-kaupallisen hyödyntämisen välinen viive on aina muutamia vuosikymmeniä. Ammattiaineita opiskeltaessa huomataan, että tekniikan ymmärtämiseen tarvitaan fysiikan perusteiden hallitsemista ja toisaalta perusteiden pohjalta insinöörin on tulevaisuudessa helpompi ymmärtää oman alansa uusimpia saavutuksia.

1.1 SI-järjestelmä

Perussuure

Johdannaissuure

Kansainvälisen yhteistyön vaatimuksena on yhtenäinen mittajärjestelmä. Vuonna 1960 kokoontunut paino- ja mittakonferenssi hyväksyi käyttöön *SI-järjestelmän*, Système International d'Unitès. Muutaman vuoden välein kokoontuva konferenssi hyväksyy edelleenkin muutoksia ja parannuksia SI-järjestelmään, jonka useimmat valtiot ovat ottaneet virallisesti käyttöön.

Perussuureet ja tunnukset
sekä perusyksiköt ja tunnukset

pituus	l	metri	m
massa	m	kilogramma	kg
aika	t	sekunti	s
lämpötila	T	kelvin	K
sähkövirta	I	ampeeri	A
valovoima	I	kandela	cd
ainemäärä	n	mooli	mol

SI-järjestelmän runkona on seitsemän *perussuuretta*, jotka ovat viereisessä taulukossa. Luonnontieteiden ja tekniikan tarpeita varten määritellään näistä perussuureista tarpeiden mukaan *johdannaissuureita* ja niille vastaavasti johdannaisyksiköitä. Esim. nopeus on yksi jokaiselle tuttu johdannaissuure, jonka yksikkö on m/s. Muutamalle johdannaisyksikölle on annettu erityisnimi. Niitä on pyrittävä käyttämään. Tässä kirjassa ne otetaan käyttöön asianomaisessa kohdassa. Esimerkiksi johdannaissuureen voima yksikön erityisnimi on newton ja tunnus N, perusyksiköiden avulla merkiten $1\ N = 1\ kgm/s^2$.

Kerrannaisyksikkö

Kerrannaisyksiköt yksinkertaistavat lukuarvojen kirjoittamista. Insinööritieteissä suositellaan käytettäväksi kymmenen eksponentteja, jotka ovat kolmella jaollisia. Eksponentti on lisäksi valittava siten, että suureen lukuarvo on välillä 0,1...999. Hyväksytyt etuliitteet ja niiden merkitykset ovat oheisessa kerrannaisten taulukossa.

1.2 Yksiköiden ja kerrannaisten muuntaminen

Kerrannaiset

Nimi	Tunnus	Merkitys
kilo	k	10^3
mega	M	10^6
giga	G	10^9
tera	T	10^{12}
peta	P	10^{15}
eksa	E	10^{18}
tsetta	Z	10^{21}
jotta	Y	10^{24}
milli	m	10^{-3}
mikro	µ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
piko	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}
tsepto	z	10^{-21}
jokto	y	10^{-24}

Vaikka SI-järjestelmä on kaikkialla otettu käyttöön, tarvitaan edelleen yksiköitten muuntamisia, koska yleisessä käytössä on järjestelmään kuulumattomia yksiköitä. Tällaisia yksiköitä ovat esim. tunti, h; minuutti, min ja valovuosi. Samoin muutamia anglosaksisia yksiköitä on osattava muuntaa SI-järjestelmän yksiköiksi, esim: tuuma, in; naula, lb tai gallona, USgal ja UKgal. Myös kerrannaisina ilmoitetut suureet on osattava muuntaa perussuureiksi.

Yksiköitten ja kerrannaisten muuntamisessa on ensin tiedettävä muuntokerroin eli vastaavuus. Esimerkiksi $1\ h = 3600\ s$ tai $1\ in = 25{,}4\ mm = 0{,}0254\ m$. Vastaavuudesta ratkaistaan muunnettava yksikkö, joka sijoitetaan käsiteltävään yhtälöön. Edellä olevista esimerkeistä saadaan

$$1\,h = 3600\,s \quad \text{tai} \quad 1\,s = \frac{1}{3600}\,h$$

samoin

$$1\,in = 25{,}4\,mm \quad \text{tai} \quad 1\,m = \frac{1}{0{,}0254}\,in.$$

Kerrannaisilla laskettaessa saadaan vastaavasti

$$TW = 10^{12}\,W \quad \text{tai} \quad W = \frac{TW}{10^{12}}.$$

Esimerkki 1.1. Myrskytuulen nopeus on 24 m/s. Muunna nopeus yksikköön km/h.

Ratkaisu:
Edellä tekstissä on tunnin ja sekunnin välinen yhteys ja tiedetään, että $1\ km = 1000\ m$.

Sijoitetaan m:n ja s:n muunnokset ja saadaan

$$24\,\frac{m}{s} = 24\,\frac{\frac{1}{1000}\,km}{\frac{1}{3600}\,h} = 86{,}4\,\frac{km}{h} \approx 86\,\frac{km}{h}.$$

Esimerkki 1.2. Muunna energiayksikkö 1 toe (tonniekvivalentti öljyä eli öljytonnin palamisessa vapautuva energia) yksiköksi joule. Öljyn hyötylämpöarvo on 42 MJ/kg.

Ratkaisu:
Vapautuva energia on $m \cdot H$. Saadaan

$$10^3\,\mathrm{kg} \cdot 42\frac{\mathrm{MJ}}{\mathrm{kg}} = 10^3\,\mathrm{kg} \cdot 42\frac{10^6\,\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$$
$$= \underline{42 \cdot 10^9\,\mathrm{J}} = \underline{42\,\mathrm{GJ}}.$$

Esimerkki 1.3. Polttoaineen kulutuksesta puhuttaessa USA:ssa ilmoitetaan, että auto kulkee 20 mailia gallonalla. Laske tällaisen auton kulutus meikäläisittäin, litraa/100 km?

Ratkaisu:
Auto siis kuluttaa gallonan polttoainetta 20 maililla. Tiedetään vielä, että $1\,\mathrm{USgal} = 3{,}785\,\mathrm{l}$ ja että $1\,\mathrm{mile} = 1{,}609\,\mathrm{km}$. Nyt saadaan

$$\frac{1\,\mathrm{USgal}}{20\,\mathrm{mile}} = \frac{1 \cdot 3{,}785\,\mathrm{l}}{20 \cdot 1{,}609\,\mathrm{km}} \approx 0{,}118\frac{\mathrm{l}}{\mathrm{km}}$$
$$= 0{,}118\frac{\mathrm{l}}{\mathrm{km}} \cdot \frac{100}{100} = \underline{11{,}8\frac{\mathrm{l}}{100\,\mathrm{km}}}.$$

1.3 Lukuarvot

Useimmiten esimerkkien ja tehtävien lukuarvot eivät ole tarkkoja, vaan ne ovat pyöristettyjä mittaustuloksia. Siten esimerkiksi pituudelle annettu arvo 0,026 m merkitsee, että kyseinen pituus l on

$$0{,}0255\,\mathrm{m} < l < 0{,}0265\,\mathrm{m} \quad \text{eli} \quad 25{,}5\,\mathrm{mm} < l < 26{,}5\,\mathrm{mm}.$$

Rajojen väli on tässä 1 mm eli pituus on ilmoitettu **1 mm tarkkuudella**. Sanotaan myös, että pituus on annettu **kahden numeron (2 ja 6) tarkkuudella**. Kun halutaan, että lukuarvon lopussa oleva nolla on tarkkuutta ilmoittava numero, niin yksikäsitteisen esityksen saavuttamiseksi on käytettävä **desimaalilukua ja kymmenen potenssia**. Siten edellä oleva suure merkitään 0,0260 m tai 26,0 mm, kun halutaan kolmen numeron tarkkuus.

Karkea sääntö tarkkuuksista on, että lopputuloksessa on yhtä monta merkitsevää numeroa kuin epätarkimmassa lähtöarvossa. Laskimella laskettaessa kannattaa laskujen aikana käyttää pyöristämättömiä arvoja ja vasta lopuksi pyöristää lopputulos sopivaan tarkkuuteen.

Esimerkki 1.4. Suorakulmion pituus on $(23,6 \pm 0,2)\,\mathrm{cm}$ ja leveys $(5,42 \pm 0,12)\,\mathrm{cm}$. Laske suorakulmion pinta-ala ja sen tarkkuus.

Ratkaisu:

Pinta-ala $A = ah$. Sijoitetaan annetut arvot

$$A = (23,6 \pm 0,2)\mathrm{cm} \cdot (5,42 \pm 0,12)\mathrm{cm}$$
$$\approx (23,6 \cdot 5,42 \pm 23,6 \cdot 0,12 \pm 5,42 \cdot 0,2)\mathrm{cm}^2$$
$$\approx (127,912 \pm 3,916)\,\mathrm{cm}^2.$$

Tulos on siten

$$\underline{A = (128 \pm 4)\,\mathrm{cm}^2}.$$

1.4 Suurelaskenta

Suureyhtälö

Yhtälöitä, joissa kirjaintunnukset (*kursiivi-kirjaimet*) merkitsevät suureita, nimitetään *suureyhtälöiksi*. Suureyhtälöitä käyttäen muodostetaan johdannaissuureita. Esimerkissä 1.5. muodostetaan johdannaissuure *tiheys*. Suureyhtälöä ratkaistaessa yhtälön vasemmalle puolelle jää ratkaistavan suureen kirjaintunnus (symboli) ja oikealle puolelle lauseke, jonka toinen tekijä muodostuu tunnettujen suureiden lukuarvoista ja toinen mittayksiköiden tunnuksista (pysty- eli antikvakirjaimista). Yksiköiden tunnuksilla suoritetaan laskutoimituksia (yleensä kerto- ja jakolaskua) kuten algebrassa. Tätä laskutapaa nimitetään *suurelaskennaksi*.

Suurelaskenta

SUURELASKENNAN KÄYTTÄMINEN ALUSTA ALKAEN ON TÄRKEÄTÄ, sillä se helpottaa oikean ratkaisun löytymistä. Tulokseen saatu virheellinen yksikkö ilmaisee, että lasku on varmasti väärin suoritettu! (Tuloksen oikea yksikkö ei takaa, että laskukin on oikein.)

Esimerkki 1.5. Kappaleen massa tilavuusyksikköä kohti on johdannaissuure, jonka nimi on tiheys. Sen symboli on ρ ja suureyhtälönä saadaan

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Laske metallikappaleen tiheys, kun sen massa on 134 kg ja tilavuus $15\,\mathrm{dm}^3$.

Ratkaisu:

$$\rho = \frac{m}{V}$$
$$= \frac{134\,\mathrm{kg}}{15 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3}$$
$$= \frac{134}{15 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \approx \underline{8\,900\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}.$$

$$\left| \begin{aligned} V &= 15\,\mathrm{dm}^3 \\ &= 15 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3 \end{aligned} \right.$$

Esimerkki 1.6. Lankaheilurin jaksonaika T las-

Ratkaise tästä yhtälöstä heilurin pituus l ja laske sen arvo, kun $T = 2,2$ s ja $g = 9,8\,\mathrm{m/s}^2$.

ketaan suureyhtälöstä $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

Ratkaisu:
Korotetaan kumpikin puoli toiseen potenssiin, jolloin neliöjuuri häviää.

$$T^2 = 2^2\pi^2 \cdot \frac{l}{g} \Leftrightarrow$$

$$l = \frac{T^2 g}{4\pi^2}.$$

Sijoitetaan annetut arvot

$$l = \frac{2{,}2^2\,\mathrm{s}^2 \cdot 9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{4\pi^2} = \frac{2{,}2^2 \cdot 9{,}8}{4\pi^2} \cdot \frac{\mathrm{s}^2 \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

$$\approx \underline{1{,}2\,\mathrm{m}}.$$

Tarkastelu: Tuloksen yksiköksi saatiin metri, joka on pituuden yksikkö. Tulos ei siis ainakaan yksikön suhteen ole väärin.

Esimerkki 1.7. Laske Maan keskimääräinen tiheys, kun $g_0 = \mathrm{G}\frac{M_\mathrm{M}}{R_\mathrm{M}^2}$ sekä

$g_0 = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$\mathrm{G} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2}$

$R_\mathrm{M} = 6370\,\mathrm{km}$
(= pallon muotoisen Maan säde)

M_M = Maan massa

Ratkaisu:
Annetusta g_0:n yhtälöstä ratkaistaan Maan massa, jolle saadaan

$$M_\mathrm{M} = \frac{g_0 R_\mathrm{M}^2}{\mathrm{G}}.$$

Sijoitetaan tämä ja pallon tilavuuden lauseke tiheyden yhtälöön, jolloin saadaan

$$\rho = \frac{M_\mathrm{M}}{V} = \frac{\frac{g_0 R_\mathrm{M}^2}{\mathrm{G}}}{\frac{4}{3}\pi R_\mathrm{M}^3} = \frac{3 g_0}{4\pi R_\mathrm{M}\,\mathrm{G}}.$$

Sijoitetaan annetut lukuarvot ja yksiköt.

$$\rho = \frac{3 \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{4\pi \cdot 6370 \cdot 1000\,\mathrm{m} \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2}}$$

$$\approx \underline{5510\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}.$$

Esimerkki 1.8. Osoita yksiköitä käyttäen, että yhtälö

$$E = mgh + \frac{1}{2}ky$$

on virheellinen. Yhtälössä $[m] = \mathrm{kg}$, $[g] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$[h] = \mathrm{m}$, $[k] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}^2}$ ja $[y] = \mathrm{m}$.

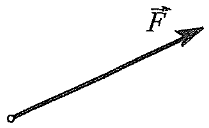
Ratkaisu:
Jotta suureita voitaisiin laskea yhteen, täytyy niillä olla sama yksikkö. Muodostetaan kummankin yhteenlaskettavan yksikkö.

$$[m]\cdot[g]\cdot[h] = \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \mathrm{m} = \frac{\mathrm{kg\,m}^2}{\mathrm{s}^2}$$

$$[k]\cdot[y] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}^2} \cdot \mathrm{m} = \frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}^2}$$

Havaitaan, että yhteenlaskettavilla on eri yksikkö, joten yhteenlasku on mahdoton.

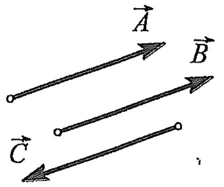
1.5 Vektorit



Kuva 1-1. Vektori.

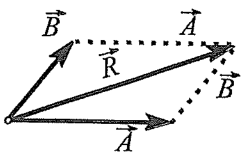
Suureet, joiden ilmaisemiseen riittää lukuarvo ja yksikkö, ovat *skalaarisuureita*. Joihinkin suureisiin, esimerkiksi nopeus ja voima, liittyy olennaisena osana suunta. Silloin on kysymyksessä *vektorisuure*.

Piirroksissa vektori esitetään suuntajanana, jonka pituus kuvaa suuruutta ja suunta on alkupisteestä nuolen kärkeen, kuva 1-1. Tekstissä vektorin symboli merkitään lihavoituna, ***F***, tai symbolin päälle piirretyllä nuolella, $\vec{F}$. Käsin kirjoitettaessa on käytettävä nuolta.



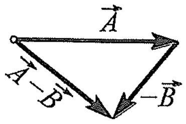
Kuva 1-2. Yhtä suuret vektorit ja vastavektori.

Vektoreitten yhtäsuuruus. Kaksi vektoria $\vec{A}$ ja $\vec{B}$ ovat yhtä suuria, jos niiden suuruudet ovat yhtä suuret ja niillä on sama suunta. *Vastavektoreiden* $\vec{A}$ ja $\vec{C}$ suuruus on sama, mutta ne ovat vastakkaissuuntaiset, kuva 1-2.



Kuva 1-3. Yhteenlaskun resultantti ja komponentit.

Yhteen- ja vähennyslasku. Kun vektoreita lasketaan yhteen tai vähennetään toisistaan, pitää vektoreitten suuruutta, pituutta, merkittäessä käyttää samaa mittakaavaa ja yksikköä. Kun yhteenlasku suoritetaan piirtämällä, niin vektorin $\vec{A}$ loppupisteestä lähtien piirretään vektori $\vec{B}$ ja summavektori lähtee $\vec{A}$:n alkupisteestä $\vec{B}$:n loppupisteeseen, kuva 1-3. Summavektori $\vec{R}$ on vektoreitten $\vec{A}$ ja $\vec{B}$ *resultantti*. Vastaavasti $\vec{A}$ ja $\vec{B}$ ovat resultantin $\vec{R}$ *vinokulmaisia komponentteja*. Vähennyslaskussa vektoriin $\vec{A}$ lisätään vektorin $\vec{B}$ vastavektori, kuva 1-4.



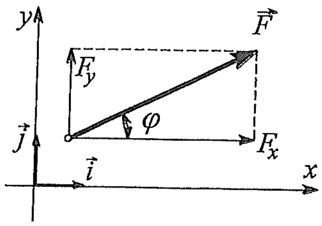
Kuva 1-4. Vektorien vähennyslasku.

Suorakulmaiset komponentit. Usein on kätevä valita suorakulmainen koordinaatisto ja jakaa vektori *suorakulmaisiin komponentteihin*. Kuvassa 1-5 voimavektori $\vec{F}$ on jaettu komponentteihin F_x ja F_y, joille saadaan

$$F_x = F\cos\varphi$$
$$F_y = F\sin\varphi \qquad (1\text{-}1)$$

Vektori $\vec{F}$ saa silloin lausekkeen

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j}$$
$$|F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \qquad (1\text{-}2)$$

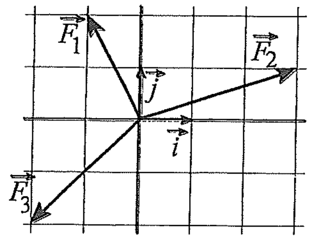


Kuva 1-5. Vektorin suorakulmaiset komponentit.

Kaavoissa $\vec{i}$ ja $\vec{j}$ ovat x- ja y-akselien suuntaiset yksikkövektorit ja kulma φ voimavektorin ja x-akselin välinen kulma. Huomaa, että komponentit voivat saada myös negatiivisia arvoja. Yhteen- ja vähennyslasku voidaan suorittaa siten, että lasketaan erikseen x-komponentit ja y-komponentit yhteen, jolloin saadaan resultantin x-komponentit ja y-komponentit. Esimerkki 1.9. valaisee vektorien yhteenlaskua.

Esimerkki 1.9. Määritä kuvaan merkittyjen kolmen voiman resultantti a) laskemalla ja b) piirtämällä. Voimat ovat:

$$\vec{F}_1 = -\vec{i} + 2\vec{j}$$
$$\vec{F}_2 = +3\vec{i} + \vec{j}$$
$$\vec{F}_3 = -2\vec{i} - 2\vec{j}$$



Kuva 1-6. Esimerkin voimat.

Ratkaisu:

a) Lasketaan yksikkövektoreiden kertoimet yhteen, jolloin i:n kertoimeksi tulee

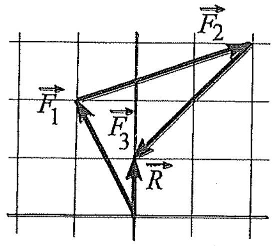
$$-1 + 3 - 2 = 0$$

ja j:n kertoimeksi

$$+2 + 1 - 2 = 1.$$

Resultantti on siten $\underline{\vec{R} = +\vec{j}}$.

b) Piirretään voimat "peräkkäin" siten, että seuraava aloitetaan aina edellisen loppupisteestä. Kuva 1-7. Saadaan sama tulos kuin edellä.



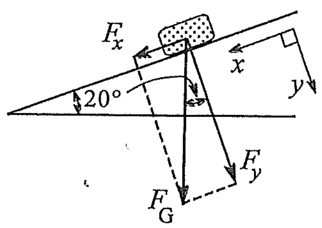
Kuva 1-7. Piirtämällä toteutettu ratkaisu.

Esimerkki 1.10. Kappaleen painovoima on 49 N ja se on kaltevalla tasolla, jonka kaltevuuskulma on 20°. Jaa painovoima tason suuntaiseen ja tason normaalin suuntaiseen komponenttiin.

Ratkaisu:

Merkitään painovoima F_G:llä ja valitaan x-koordinaatin suunnaksi pinnan suunta sekä y-koordinaatin suunnaksi normaalin suunta. Kuvan 1-8 kolmioista saadaan

$$F_x = F_G \sin\alpha$$
$$F_y = F_G \cos\alpha$$



Kuva 1-8. Kappale kaltevalla pinnalla.

Sijoitetaan annetut arvot $\Rightarrow$

$$F_x = 49\,\text{N} \cdot \sin 20° \approx \underline{17\,\text{N}}$$
$$F_y = 49\,\text{N} \cdot \cos 20° \approx \underline{46\text{N}}.$$

Kysymyksiä

1.1. Miksi tarvitaan maailmanlaajuinen yhtenäinen mittayksikköjärjestelmä?

1.2. Miksi perussuureitten määritelmä on sidottava luonnon ilmiöihin?

1.3. Miksi perussuureitten määritelmiä on muutettu vuosien kuluessa?

1.4. Miksi tulokseen ei saa merkitä liikaa merkitseviä numeroita?

1.5. Miksi lopputuloksen virheellinen yksikkö merkitsee ehdottomasti virheellistä tulosta?

1.6. Miksi lopputuloksen oikea yksikkö ei välttämättä merkitse oikeaa lopputulosta?

1.7. Voiko kolmen vektorin summa olla nolla? Jos summa on nolla, niin ovatko vektorit samassa tasossa?

1.8. Miten kaksi vektoria vaikuttaa, kun niiden a) summa on suurin mahdollinen ja b) pienin mahdollinen?

1.9. Voiko vektorin itseisarvo olla pienempi kuin vektorin jokin komponentti?

1.10. Kappaleeseen vaikuttaa kolme itseisarvoltaan 10 N voimaa. Kuinka suuri on a) suurin ja b) pienin mahdollinen resultantti?

Tehtäviä

1.1. Tiheyden käänteisarvoa nimitetään **ominaistilavuudeksi** v. Suureyhtälönä saadaan $v = \dfrac{1}{\rho}$. Kuution (särmä 0,10 m) muotoinen puukappale painaa 0,62 kg. Laske tämän puulaadun ominaistilavuus.

1.2. Laske paine polttomoottorin sylinterissä suureyhtälöstä $p = \dfrac{4F}{\pi d^2}$. Mäntään vaikuttava voima on 12 000 N ja männän halkaisija d on 70 mm. Anna tulos yksikkönä bar.
1 bar = 100 kN/m^2.

1.3. Auton liike-energia lasketaan suureyhtälöstä $E_k = \frac{1}{2} m v^2$. Laske auton nopeus v, kun $m = 800$ kg ja $E_k = 40$ kNm. 1 N = 1 kg m/s^2.

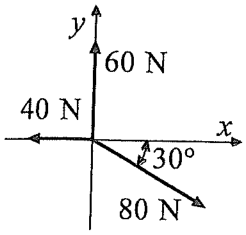
1.4. USA:ssa paine ilmoitetaan yksikössä psi = lbf/in^2 eli naulanvoima neliötuumalle (so. naulan painoa neliötuumaa kohti). Auton renkaan paine on 2,5 bar. Kuinka paljon tämä on yksiköissä psi? (1 bar = 10^5 N/m^2, 1 naula = 1 lb = 453,6 g ja 1 tuuma = 1 in = 2,54 cm)

1.5. Kuution särmän pituus on 4,14 m. Laske kuution tilavuus kahden desimaalin tarkkuudella.

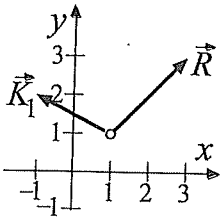
1.6. Pallon säde on 2,32 m. Laske pallon tilavuus kolmen numeron tarkkuudella.

1.7. Etsintälennolla oleva lentokone lentää 15 km suuntaan 30° pohjoisesta itään, sitten 9 km suuntaan 30° idästä etelään ja lopuksi 10 km suuntaan 30° etelästä länteen. Laske koneen paikka lähtöpisteeseen nähden näiden kolmen matkan jälkeen. Ratkaise tehtävä sekä graafisesti että laskemalla.

1.8. Moottoriveneen kompassi osoittaa pohjoiseen ja nopeus on 6 solmua veteen nähden. Merivirta vie venettä nopeudella 2 solmua kaakkoon. Laske veneen todellinen nopeus ja suunta kiinteään maahan nähden. Ilmoita tulos solmuina ja yksikkönä m/s. (1 solmu on yksi merimaili tunnissa ja merimaili on 1,852 km.)



Kuva 1-9.
Tehtävä 1.9.



Kuva 1-10.
Tehtävä 1.10.

1.9. Voimat 40 N, 60 N ja 80 N vaikuttavat kuvan 1-9 osoittamalla tavalla. Lausu voimat yksikkövektoreiden $\vec{i}$ ja $\vec{j}$ avulla sekä laske voimien summa.

1.10. Kuvaan 1-10 on piirretty resultantti ja sen toinen komponentti. Laske toinen komponentti. Laske myös resultantin ja komponenttien pituudet.

1.11. On määritetty kaksi vektoria $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$ ja $\vec{b} = -3\vec{i} + \vec{j}$. Määritä vektorit

$\vec{u} = \vec{a} - \vec{b}$ ja $\vec{v} = \vec{b} - \vec{a}$.

Laske myös niiden pituudet. Mitä voit sanoa vektoreista $\vec{u}$ ja $\vec{v}$.

1.12. Auton nopeus on 54 km/h ja auton ikkunasta heitetään pallo suoraan sivulle nopeudella 10 m/s autoon nähden. Laske pallon nopeus maahan nähden heittohetkellä.

2 Kinematiikka

Mekaniikka on se fysiikan osa, joka käsittelee liikettä, voimia ja ainetta sekä niiden välisiä riippuvuuksia. Liikkeen tutkiminen jaetaan kahteen osaan: *kinematiikkaan* ja *dynamiikkaan*. *Kinematiikaksi* eli liikeopiksi sanotaan sitä osaa, jossa tutkitaan vain kappaleen nopeutta, sen kiihtyvyyttä ja kulkemaa matkaa välittämättä mitään siitä, kuinka kappale on joutunut liikkeeseen tai miksi sen liiketila muuttuu. *Dynamiikka* eli liikevoimaoppi sen sijaan käsittelee niitä syitä, jotka saavat liikkeen aikaan ja muuttavat liiketilaa. Sitä mekaniikan osaa, joka tutkii tasapainotilanteita, sanotaan *statiikaksi*.

Kinematiikassa oletetaan kappaleen säilyttävän muotonsa ja kappaleen kaikkien osasten olevan samanlaisessa liikkeessä. Silloin liiketilaa tarkasteltaessa riittää, että seurataan yhden pisteen, tavallisesti massakeskipisteen, liikettä. Usein puhutaan massakeskipisteen, hiukkasen tai partikkelin liikkeestä. Esille tulevat lausekkeet sopivat kuvaamaan yhtä hyvin molekyylien kuin lentokoneidenkin liikettä.

Se fysiikan osa, johon tutustutaan ensimmäisissä kappaleissa, on esitetty matemaattisessa muodossa jo satoja vuosia sitten. Lausekkeet perustuvat Galileo Galilein (1564-1642) ja Isaac Newtonin (1642-1727) töiden tuloksiin.

2.1 Suoraviivainen liike 1

Tässä kohdassa käsitellään kertauksenomaisesti käsitteitä, joiden pitäisi olla tuttuja jo insinöörikoulutukseen pyrkivällä. Asiat esitetään kansantajuisessa muodossa. Tämä kohta voidaan myös hypätä ohi, mikäli asiat ovat tuttuja ja siirtyä suoraan kohtaan 2.2, jossa käytetään enemmän matemaattisia merkintöjä ja jossa asiat esitetään perusteellisemmin.

2.1.1 Tasainen liike

Matka s

s = m

Aika t

t = s

Tavallisimpia liikkeeseen liittyviä suureita ovat *matka*, *nopeus* ja *kiihtyvyys*. Matkasta puhuttaessa tarkoitetaan yleensä jonkin kappaleen, esimerkiksi polkupyörän tai auton kulkemaa matkaa, jonka matkamittari ilmoittaa. Tekniikassa sanaa nopeus käytetään monessa merkityksessä, puhutaan keskinopeudesta, hetkellisestä nopeudesta ja nopeusvektorista. Lisäksi käytössä on sana vauhti. Tarkastellaan aluksi keskinopeutta, jolla tarkoitetaan arvoa, joka saadaan, kun kuljettu matka jaetaan matkaan käytetyllä ajalla, eli

$$\text{keskinopeus} = \frac{\text{kuljettu matka}}{\text{käytetty aika}}.$$

Keskinopeus v_k

$$v_k = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$1\frac{\text{m}}{\text{s}} = 3{,}6\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Tämä voidaan ilmaista lyhyemmin symboleita käyttäen. Jos kappale aikana t kulkee matkan s, sen keskinopeus v_k saadaan yhtälöstä

$$v_k = \frac{s}{t}. \qquad (2\text{-}1a)$$

Jos tiedetään kappaleen keskinopeus v_k ja matkaan käytetty aika t, kuljettu matka saadaan lausekkeesta

$$s = v_k t. \qquad (2\text{-}1b)$$

Vastaavasti käytetty aika voidaan laskea yhtälöstä

$$t = \frac{s}{v_k}, \qquad (2\text{-}1c)$$

kun tiedetään kappaleen kulkema matka s ja keskinopeus v_k.

Esimerkki 2.1. Auto käytti 0,50 km matkaan aikaa 25 s. a)Ylittikö auto alueelle määrätyn nopeusrajoituksen 60 km/h? b) Kuinka pitkä aika kuluu ko. matkaan sallittua nopeutta käyttäen?

Ratkaisu a:
Lähtötietoina tunnetaan matka s = 0,50 km ja aika t = 25 s. Auton keskinopeus saadaan yhtälön (2-1a) perusteella.

$$v_k = \frac{s}{t} = \frac{0{,}5 \cdot 10^3\,\text{m}}{25\text{s}} = 20{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Muutetaan nopeuden yksiköksi km/h.

$$20{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}} = 20{,}0\frac{10^{-3}\text{km}}{\frac{1}{3600}\text{h}} = 20{,}0 \cdot 3{,}6\frac{\text{km}}{\text{h}} = 72\frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Auton keskinopeus oli v_k = 72 km/h, joten auto ylitti alueelle määrätyn nopeusrajoituksen.

Ratkaisu b:
Nyt tunnetaan matka s = 0,50 km ja nopeus v_k = 60 km/h. Lasketaan matkaan käytetty "pienin sallittava" aika yhtälön (2.1c) avulla.

$$t_{sall} = \frac{s}{v_k} = \frac{0{,}50\,\text{km}}{60\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{0{,}50}{60}\text{h}.$$

Muutetaan ajan yksiköksi sekunti.

$$\frac{0{,}50}{60}\text{h} = \frac{0{,}50}{60}3600\,\text{s} \doteq \underline{30\text{s}}.$$

Auto alitti matkaan "sallittavan pienimmän" ajan, joten se ajoi ylinopeutta.

Esimerkki 2.2. Auto kulkee menomatkan keskinopeudella v_1 = 40 km/h ja paluumatkan keskinopeudella v_2 = 60 km/h. Kuinka suuri on auton keskinopeus koko matkalla?

Ratkaisu:
Tässä tehtävässä ei tiedetä yhteen suuntaan kuljetun matkan pituutta, joten merkitään pituutta symbolilla s. Tällöin menomatkaan käytetty aika on $t_1 = \frac{s}{v_1}$.

Paluumatkaan käytetty aika on vastaavasti

$$t_2 = \frac{s}{v_2}.$$

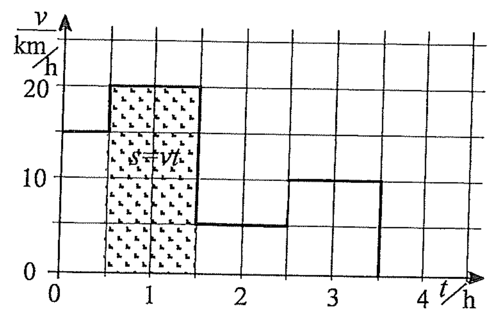
Koko ajoaika on $t = t_1 + t_2$. Kun koko ajomatka on 2 s, saadaan keskinopeus yhtälön (2-1a) perusteella

$$v_k = \frac{2s}{t_1 + t_2} = \frac{2s}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}}$$

$$\Rightarrow v_k = \frac{2}{\frac{1}{40\frac{\text{km}}{\text{h}}} + \frac{1}{60\frac{\text{km}}{\text{h}}}} = 48\frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Huomaa, että keskinopeus on eri suuri kuin nopeuksien keskiarvo!

Kuvassa 2-1 on esitetty erään polkupyörän nopeus ajan funktiona. Koska aika-asteikko on näin karkea, liikkeellelähtöön, nopeuden muuttamiseen ja pysähtymiseen liittyvät nopeuden muutokset ovat jyrkkiä. Kuvista huomataan, että *nopeuskäyrän ja aika-akselin väliin jäävän alueen fysikaalinen pinta-ala on yhtä suuri kuin ko. aikana kuljettu matka.* Esimerkiksi aikavälillä 0,5 h...1,5 h kuljettu matka voidaan laskea seuraavasti. Kerrotaan ko. aikavälin nopeudella 20 km/h käytetty aika 1,0 h, tulokseksi tulee tänä aikana kuljettu matka eli 20,0 km.



Kuva 2-1. Pyöräilijän nopeus ajan funktiona.

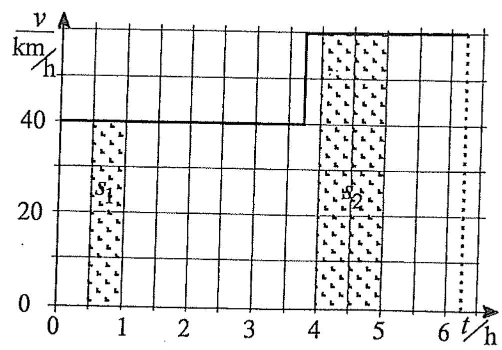
Esimerkki 2.3. Piirrä esimerkin 2.2 tapaukseen liittyvä kuva, jossa esitetään auton nopeus ajan funktiona. Matkan pituus yhteen suuntaan on 150 km. Laske kuvan avulla auton aikaväleillä 0,5 ... 1,0 h ja 4...5 h ja kulkemat matkat.

Ratkaisu:
Koska matkan pituus $s = 150$ km, niin yhtälön (2-1c) mukaan auto käytti menomatkaan ajan

$$t = \frac{s}{v_k} = \frac{150\,\text{km}}{40\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 3{,}75\,\text{h}.$$

Paluumatkaan käytetty aika on vastaavasti

Näiden avulla voidaan piirtää auton nopeus ajan funktiona, kuva 2-2.



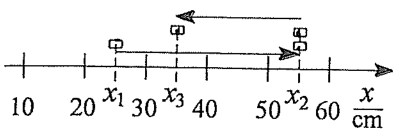
Kuva 2-2. Auton nopeus ajan funktiona.

$$t = \frac{s}{v_k} = \frac{150\,\text{km}}{60\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 2{,}50\,\text{h}.$$

Kysyttyjen matkojen laskemiseen käytetään yhtälöä (2-1a). Ensimmäisenä aikavälinä keskinopeus $v_1 = 40$ km/h ja toisena $v_2 = 60$ km/h. Vastaavasti näinä aikoina kuljetuiksi matkoiksi saadaan

$$s_1 = 40\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 0{,}5\,\text{h} = \underline{20\,\text{km}}.$$

$$s_2 = 60\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1{,}0\,\text{h} = \underline{60\,\text{km}}.$$



Kuva 2-3. Erään kappaleen edestakainen liike pitkin x-akselia.

Joskus kuljetun matkan sijaan on tarpeen selvittää, *missä* kohdassa radallaan kappale sijaitsee lähtöpisteeseen nähden. Tällöin käytetään termiä *asema* ja siirtymästä termiä *aseman muutos*. Aseman muutos voi olla positiivinen tai negatiivinen, joten nopeudenkin etumerkkinä voi olla plus tai miinus. Esimerkiksi kuvan 2-3 tilanteessa kappale on siirtynyt pisteestä x_1 = 25 cm pisteeseen x_2 = 55 cm ajassa 2,2 s. Tällöin siirtymä on

$$x_2 - x_1 = 45\,\text{cm} - 25\,\text{cm} = 20\,\text{cm} = 0{,}20\,\text{m}$$

ja keskinopeus

$$v_k = \frac{x_2 - x_1}{t_{12}} = \frac{0{,}20\,\text{m}}{2{,}2\,\text{s}} = 0{,}90\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Jos kappale tämän jälkeen muuttaa kulkusuuntaansa ja palaa pisteeseen x_3 = 35 cm ajassa 1,5 s, niin keskinopeus tällä osuudella on

$$v_k = \frac{x_3 - x_2}{t_{23}} = \frac{0{,}35\,\text{m} - 0{,}45\,\text{m}}{1{,}5\,\text{s}} = -\frac{0{,}10\,\text{m}}{1{,}5\,\text{s}} \approx -0{,}067\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Kun nopeus on tasaista, kappale kulkee yhtä pitkänä aikana yhtä suuren matkan. Tasaisen liikkeen yhteydessä jätetään keskinopeuteen viittaava alaindeksi k pois ja yhtälöt (2-1) tulevat muotoon

$$v = \frac{s}{t}; \qquad s = vt \quad \text{ja} \quad t = \frac{s}{v} \qquad (2\text{-}2)$$

2.1.2 Tasaisesti muuttuva suoraviivainen liike

Käytännössä kappaleen liike on tasaista vain hyvin harvoin. Todellisuudessa liikkeen nopeus muuttuu miltei jatkuvasti, ajatellaan vaikkapa kävelyä, auton liikettä tai jotakin koneen osaa. Liike on *muuttuvaa*, jos sen nopeus muuttuu ja *tasaisesti muuttuvaa*, jos sen nopeus muuttuu yhtä pitkinä aikoina yhtä paljon. Nopeuden muutosnopeutta sanotaan kiihtyvyydeksi, yhtälönä

Kiihtyvyys *a*

$a = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\text{keskikiihtyvyys} = \frac{\text{nopeuden muutos}}{\text{käytetty aika}}.$$

Eli, jos kappaleen nopeus muuttuu alkunopeudesta v_0 loppunopeuteen v ajassa t, keskikiihtyvyys a_k lasketaan seuraavasti

$$a_k = \frac{v - v_0}{t}. \tag{2-3}$$

Jos kiihtyvyys on tasaista, alaindeksi k voidaan jättää pois. Jos nopeus kasvaa, liikettä sanotaan kiihtyväksi liikkeeksi. Mikäli nopeus pienenee, kyseessä on hidastuva liike, ja kiihtyvyys a on negatiivinen.

Muuttuvassa liikkeessä olevan kappaleen kulkema matka voidaan laskea keskinopeuden ja käytetyn ajan avulla. Jos muutos on tasaista, keskinopeus on yksinkertaisesti alku- ja loppunopeuden keskiarvo. Silloin matkalle saadaan yhtälöt

$$s = v_k t = \frac{v_0 + v}{2} t. \tag{2-4}$$

Tässä yhtälössä voidaan loppunopeus v korvata yhtälöstä (2-3) saatavalla v:n arvolla. Tällöin kuljetulle matkalle saadaan yhtälö (johto on esitetty myöhemmin kohdassa 2.2.3)

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2. \tag{2-5}$$

Esimerkki 2.4. Veturinkuljettaja pienentää junan nopeutta arvosta $v_0 = 18$ m/s arvoon $v = 8{,}0$ m/s tasaisesti käyttäen tähän aikaa 24 s. Laske junan kiihtyvyys. Kuinka pitkän matkan juna kulki tänä aikana?

Ratkaisu:
Koska junan nopeus pienenee, kyseessä on hidastuva liike ja kiihtyvyys on negatiivinen.
Annetut lähtötiedot
$v_0 = 18$ m/s, $v = 8{,}0$ m/s ja $t = 24$ s.

Yhtälön (2-3) perusteella saadaan

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{8{,}0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 18\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{24\mathrm{s}} = \underline{-0{,}42\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}.$$

Sijoittamalla yhtälöön (2-4) tulee matka

$$s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t = \frac{18\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2} \cdot 24\,\mathrm{s} = \underline{312\,\mathrm{m}}.$$

Sijoita myös yhtälöön (2-5).

Esimerkki 2.5. Kilpa-auton keskikiihtyvyys on a = 4,2 m/s^2. Käyttämällä koko kiihtyvyytensä auto lähtee nopeudesta v_0 = 50 km/h ohittamaan edellä kulkevaa toista autoa.
a) Laske ensin mainitun auton nopeus ohituksen päättyessä, jos ohitus kestää 5,2 s.
b) Kuinka pitkän matkan auto on kulkenut kiihdytysvaiheen alusta lähtien?

Ratkaisu:
Tunnetaan
$v_0 = 50$ km/h, $a = 4{,}2$ m/s^2 ja $t = 5{,}2$ s.

a) Yhtälön (2-3) perusteella loppunopeuden lausekkeeksi tulee

$$v = v_0 + at$$

$$v = \frac{50\cdot 10^3\mathrm{m}}{3{,}6\cdot 10^3\mathrm{s}} + 4{,}2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 5{,}2\mathrm{s}$$

$$v = 13{,}8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 21{,}8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$= 36\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \underline{130\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}}$$

b) Auton kulkema matka saadaan yhtälön (2-5) avulla

$$s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

$$= 14\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot 5{,}2\mathrm{s} + \frac{1}{2}\cdot 4{,}2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot(5{,}2\mathrm{s})^2$$

$$= 72{,}8\mathrm{m} + 56{,}8\mathrm{m} = \underline{130\mathrm{m}}$$

Esimerkki 2.6. Kuinka suuri on auton jarrutusmatka nopeudesta v_0 = 20,0 m/s pysähdyksiin, kun sen kiihtyvyys on $a = -4{,}0$ m/s^2?

Ratkaisu:
Tunnetaan $v_0 = 20{,}0$ m/s, $v = 0$ ja $a = -4{,}0$ m/s^2
Jarrutusaika t saadaan yhtälön (2-3) avulla ratkaisemalla siitä aika t.

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 20{,}0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{-4{,}0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 5{,}0\,\mathrm{s}.$$

Tämä sijoitetaan matkan lausekkeeseen (2-5)

$$s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

$$= 20{,}0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot 5{,}0\,\mathrm{s} + \frac{1}{2}\cdot(-4{,}0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2})(5{,}0\,\mathrm{s})^2$$

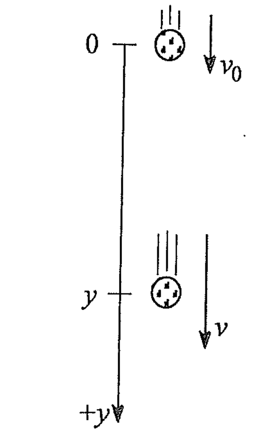
$$= \underline{150\,\mathrm{m}}.$$

2.1.3 Putoamisliike

Painovoiman kiihtyvyys = putoamiskiihtyvyys g

$$g \approx 9{,}8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Putoava kappale on tasaisesti muuttuvassa liikkeessä, mikäli ilman vastus jätetään huomiotta. Galileo Galilei totesi, että *kaikki vapaasti putoavat kappaleet saavat saman kiihtyvyyden*, jos ilman vastusta ei oteta huomioon. Kappaleiden saama kiihtyvyys johtuu Maan vetovoimasta. Putoamiskiihtyvyyden arvo g riippuu paikan maantieteellisestä sijainnista niin, että sen arvo on navoilla g = 9,83 m/s^2 ja päiväntasaajalla g = 9,78 m/s^2 (meren pinnassa mitattuna). Suomessa g:n arvo on kahden numeron tarkkuudella g = 9,8 m/s^2.



Kuva 2-4. Putoamisliikkeessä positiivinen suunta on alaspäin.

Kuvan 2-4 tilanteessa kappale putoaa korkeudelta y siten, että sen alkunopeus ylhäällä on v_0. Kappaleen nopeus ja asema ajan t kuluttua ovat aiemmin esillä olleiden tasaisesti muuttuvan liikkeen yhtälöiden avulla lausuttuna.

$$\begin{cases} v = v_o + gt \\ y = v_o t + \dfrac{1}{2} gt^2 \end{cases}$$

Huomataan, että putoamisliikkeessä kiihtyvyys tiedetään, se on g. Usein alkunopeus on $v_0 = 0$, jolloin yhtälöt yksinkertaistuvat muotoon

$$\begin{cases} v = gt \\ y = \dfrac{1}{2} gt^2 \end{cases}$$

Esimerkki. 2.7. Omena pudotetaan ilman alkunopeutta alas Näsinneulasta, jonka korkeus on 132 m. Laske putoamisaika ja loppunopeus omenan osuessa maahan. Ilman vastusta ei oteta huomioon.

Ratkaisu:
Yhtälöstä (2-8) saadaan putoamisaika

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 132\,\mathrm{m}}{9{,}8\,\mathrm{m/s^2}}} = \underline{5{,}2\,\mathrm{s}}$$

Loppunopeus

$$v = gt = 9{,}8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 5{,}19\,\mathrm{s} = \underline{51\,\mathrm{m/s}}$$

Tehtäviä

2.1. Ilmakiväärin luodin nopeutta mitattiin kahden valokennon avulla. Luoti kulki tällöin 0,15 m pituisen matkan ajassa 0,94 ms. Kuinka suuri oli luodin keskinopeus?

2.2. Auton keskinopeus oli 75 km/h. Kuinka pitkän matkan se kulki a) 3 tunnissa ja b) 20 minuutissa?

2.3. Mopon nopeus oli keskimäärin 12 m/s. Kuinka pitkä aika siltä kului 3,0 km matkaan?

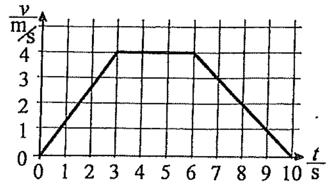
2.4. Kappaletta höylättäessä iskun pituus oli 720 mm. Leikkuunopeus oli 12 m/min ja paluunopeus 24 m/min. Kappaleen höyläykseen tarvittiin 35 iskua. Laske höyläysaika.

2.5. Autoilijan keskinopeus moottoritiellä oli tasan 90 km/h. Toisen autoilijan keskinopeus oli tasan 100 km/h. Kuinka paljon nopeampi autoilija säästi aikaa hitaampaan verrattuna a) 1,0 km:n ja b) 15 km:n matkalla?

2.6. Tutkan lähettämä pulssi eteni kohteeseen ja palasi takaisin ajassa 0,20 µs. Kuinka kaukana kohde oli, kun pulssin etenemisnopeus oli 300 000 km/s?

2.7. Autoilija ajoi 8,0 km:n moottoritieosuuden keskinopeudella 120 km/h ja sen jälkeen kaupunkialueella 4,0 km:n matkan keskinopeudella 30,0 km/h. Kuinka suuri oli koko 12 km:n matkan keskinopeus?

2.8. Juoksijan nopeus vaihteli kuvan 2-23 mukaisesti. Laske a) juoksijan keskinopeus ja b) juoksijan kulkema matka 10,0 s aikana.



Kuva 2-23. Tehtävä 2.8.

2.9. Valmistaja ilmoittaa erään automerkin keskikiihtyvyydeksi $a_k = 3,8\ \mathrm{m/s^2}$. Missä ajassa levosta liikkeelle lähtevä auto saavuttaa nopeuden $v = 52$ km/h?

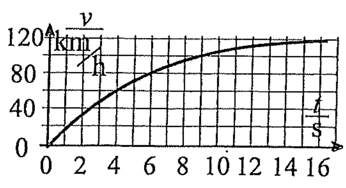
2.10. Moottoripyörän nopeus suoralla tiellä on $v_0 = 108$ km/h. a) Kuinka suuri pitää pyörän hidastuvuuden vähintään olla, jotta matkalla $s = 120$ m nopeus vähenisi arvoon $v = 36$ km/h? b) Laske myös jarrutusaika.

2.11. Henkilöauton tasaiseksi oletettu kiihtyvyys on $a = 3,4\ \mathrm{m/s^2}$. Se lähtee levosta. Juuri lähtöhetkellä sen ohittaa samaan suuntaan nopeudella $v = 36$ km/h liikkuva mopo. a) Kuinka pitkän ajan kuluttua liikkeelle lähdöstä auto saavuttaa mopon? b) Kuinka pitkän matkan auto on silloin kulkenut?

2.12. Vaakasuoralla tiellä tehtiin jarrutuskokeita, jolloin erään automerkin todettiin pysähtyvän nopeudesta $v_1 = 32$ km/h matkalla $s_1 = 12$ m. a) Kuinka pitkä on jarrutusmatka, jos nopeus kasvaa kaksinkertaiseksi? b) Entä, jos se kasvaa 2,5-kertaiseksi?

2.13. Auton nopeus kasvaa tasaisesti arvosta $v_0 = 36$ km/h arvoon 108 km/h kiihdytysmatkalla $s = 240$ m. Kuinka suuri auton nopeus on matkan $s_1 = 60$ m jälkeen?

2.14. Kivi pudotetaan 15 m korkeudelta ilman alkunopeutta. a) Kuinka kauan putoaminen kestää? b) Millä vauhdilla se osuu maahan?



Kuva 2-24. Tehtävä 2.15.

2.15. Tutkittaessa auton kiihtyvyyttä saatiin kuvan 2-24 mukainen käyrä. Arvioi käyrästä a) kiihtyvyys aikavälinä 0...2 s ja b) 9...14 s. c) Arvioi kuvan perusteella myös auton kulkema matka 14 s aikana.

Tehtävien tulokset

Luku 1

1. $0{,}0016\frac{m^3}{kg} = 1{,}6\frac{dm^3}{kg}$

2. 31 bar

3. 10 m/s

4. 36 psi

5. 70,96 m³

6. 52,3 m³

7. 10,3 km itään ja 0,17 km etelään lähtöpisteestä

8. 4,8 solmua = 2,5 m/s 17° pohjoisesta itään

9. $-40N \cdot \vec{i}$; $+60N \cdot \vec{j}$ ja $+40\sqrt{3}N \cdot \vec{i} - 40N \cdot \vec{j}$
summa $= 29N \cdot \vec{i} + 20N \cdot \vec{j}$
$|\text{summa}| = 35N$

10. $\vec{K}_2 = 4\vec{i} + \vec{j}$
$|\vec{R}| = 2\sqrt{2} \approx 2{,}8$
$|\vec{K}_1| = \sqrt{5} \approx 2{,}2$
$|\vec{K}_2| = \sqrt{17} \approx 4{,}1$

11. $\vec{u} = 5\vec{i} - 5\vec{j}$
$\vec{v} = -5\vec{i} + 5\vec{j}$
ovat vastavektoreita
$|\vec{u}| = |\vec{v}| = \sqrt{50} \approx 7{,}1$

12. 15m/s eteen ja 10 m/s sivulle
$|v| = \sqrt{325}$ m/s ≈18 m/s
kulmaan 34° auton kulkusuuntaan nähden

Luku 2

1. 160 m/s

2. 225 km; 25 km

3. 4,2 min

4. 3,2 min

5. 4,0 s; 1,0 min

6. 30 m

7. 60 km/h

8. 2,6 m/s; 26 m

9. 3,8 s

10. $-3{,}3$ m/s^2; 6,0 s

11. 5,9 s; 59 m

12. 48 m; 75 m

13. 62 km/h

14. 1,7 s; 17 m/s

15. a) 4,7 m/s^2, b) 0,89 m/s^2, c) 300 m

16. a) 28 m/s, b) 17,5 m, 21 m/s alaspäin

17. a) 9,0 m/s, b) 14 m

18. a) 1,0 m/s², b) 2,0 s; 4,0 s c) 6,5 m

19. 12 s

20. a) $2{,}0 \cdot 10^4$ m/s², b) 1,3 mm/s, c) 14 mm/s

21. a) 0,25 m/s², b) 0,22 m/s², c) 0,6 km

22. 0,10 km

23. 12 s

24. a) 77 m, b) 7,5 m

25. a) 20 m/s, b) 65 m

26. Kun B on pudonnut 1,2m.

27. a) 0,81 km, b) 0,23 km/s

28. 27 m/s

29. 8,3 s

30. 8,0 m/s; 16 m/s

31. 1,0 m/s, 75° idästä pohjoiseen

32. a) 2,6 m/s, 45° idästä pohjoiseen, b) kyllä

33. a) 3,3 m/s², b) 16 m/s, 18° etelästä länteen

34. a) 0,71 s, b) 1,9 m, c) 8,4 m/s

35. 8,0 min

36. a) 72 km/h, 56° lännestä etelään, b) 17° lännestä pohjoiseen

37. a) 19 km/h, 59° idästä pohjoiseen, b) 20 km/h, 51° idästä pohjoiseen

38. a) 4,6 m/s, b) 0,55 s; 1,5 s c) 2,8 m

39. a) 10 cm/s, b) 7,0 cm/s, c) 0,83 s

40. a) 6,7 cm/s, b) 16 cm/s c) 10 cm/s

Insinöörikoulutuksen FYSIIKKA

1

Itsenäisen työskentelyn osuus on jatkuvasti lisääntynyt koulutuksen eri tasoilla myös fysiikassa. Insinöörikoulutuksen fysiikan opiskelua varten ei kuitenkaan ole ollut saatavilla yhtenäistä suomenkielistä oppikirjaa, vaan tieto on pitänyt etsiä useita lähteitä yhdistelemällä. Tässä kaksiosaisessa oppikirjassa on teorian tueksi esitetty runsaasti käytännön sovelluksia, jotka helpottavat omatoimista opiskelua.

Koulutuksen rakenteen muuttumisesta huolimatta matemaattis-luonnontieteelliset aineet tulevat aina säilyttämään tekniikan tärkeänä perustana. Hyvät pohjatiedot omaava insinööri pystyy työelämässä helposti omaksumaan ja ymmärtämään uudet sovellukset. Tämä oppikirja antaa siihen erinomaiset mahdollisuudet.

Tammertekniikka

ISBN 951-9004-77-7

9 789519 004778